

Regresión cuantil funcional: una herramienta de análisis potencial dentro de la Neurobiología

MSc. Emmanuel Ambriz Lobato¹ and Dra. Graciela González Farías²

¹*Estudiante de Doctorado, CIMAT*

²*Investigadora Titular "C", CIMAT*

2 de octubre de 2023

Objetivo

En el contexto de análisis de neuroimágenes (o procesamiento de imágenes en general) es natural, en algunos casos, tratar los datos como observaciones funcionales. Como herramientas dentro del análisis de datos funcionales multivariados (Jacques & Preda 2014), los objetivos de la presente investigación son: 1) mejorar las interpretaciones de orden, 2) extender nociones de dependencia/concordancia, y 3) plantear modelos de regresión cuantil funcional, además se introducen los gráficos *conditional functional boxplots*. Las propuestas conjugan las definiciones de profundidad de banda funcional y teoría de cópulas. Los modelos propuestos buscan eliminar supuestos (v.g. procesos estacionarios), ser flexibles en términos de la estructura de dependencia entre los procesos aleatorios, contar con una alta capacidad para ser interpretados en términos del fenómeno de estudio y ser computacionalmente viables.

Métodos

Profundidad de banda funcional, *functional boxplots*, modelos vine cópula y regresión cuantil.

Resultados

En el contexto de análisis de datos funcionales multivariados (Jacques & Preda 2014), en (Qu, Dai & Genton 2022) se destacan, entre otros, tres problemas de interés principales: a) extraer la tendencia central, b) detectar posibles valores atípicos, y c) modelos funcionales lineales y no lineales. En relación con estos problemas de frontera, se plantean herramientas innovadoras de análisis que se resumen a continuación.

La noción de orden que ofrecen los conceptos de profundidad de banda funcional (López-Pintado & Romo 2009) es una herramienta no paramétrica efectiva para resolver los problemas a)-b), sin embargo, en aplicaciones su interpretación puede ser complicada debido a su falta de simetría con respecto a la curva más profunda. Con esa motivación, proponemos una sencilla transformación de la profundidad funcional que garantiza una noción de orden mucho más intuitiva. Dicha transformación es una variable continua que toma valores en el intervalo (-1,1) por cada una de las variables funcionales, donde el valor cero se reserva para la curva más

profunda en cada caso. Dada una muestra de datos funcionales multivariados, cada variable funcional se representa con su respectiva profundidad funcional transformada (*TBD*).

Con las variables *TBD* se extienden las nociones de concordancia/discordancia y dependencia entre variables funcionales, además, se plantean modelos no lineales de regresión cuantil funcional basados en modelos vine cópula (Tepegjzova et al. 2021). A partir de bandas de regresión cuantil funcional, se introduce el concepto de *conditional functional boxplots*, como una extensión natural de los gráficos *functional boxplots* (Sun & Genton 2011) en contextos de distribuciones funcionales condicionales. Lo anterior aporta al desarrollo de b)-c).

Para ilustrar el alcance de los modelos y herramientas gráficas propuestas, presentaremos aplicaciones dentro de la Neurobiología.

Conclusiones

Se logran mejorar las nociones de orden y dependencia para datos funcionales, esto con la finalidad de promover la construcción de modelos conjuntos para este tipo de estructuras. Se proponen modelos de regresión cuantil funcional con cualidades en línea con las planteadas en la Sección de Objetivos. El alcance de las herramientas de análisis y modelos desarrollados se estudian en contextos concretos de aplicación dentro de la Neurobiología.

Modalidad: ponencia oral.